

**ANALISIS MODEL KESTABILAN SIKLUS BISNIS
INVESTMENT SAVING – LIQUIDITY MONEY (IS-LM)
DENGAN METODE RUNGE-KUTTA ORDE LIMA DAN
*EXTENDED RUNGE-KUTTA***

SKRIPSI

**Diajukan untuk Memenuhi Salah Satu Persyaratan dalam Memperoleh
Gelar Sarjana Matematika (S.Mat)**



**OLEH
ULIA MAULIDAH MUSYAFFAFI
NIM. H22214028**

**PROGRAM STUDI MATEMATIKA
JURUSAN SAINS
FAKULTAS SAINS DAN TEKNOLOGI
UNIVERSITAS ISLAM NEGERI SUNAN AMPEL SURABAYA
SURABAYA
2018**

PERNYATAAN KEASLIAN

Yang bertandatangan dibawah ini:

Nama :Ulia Maulidah Musyaffafi

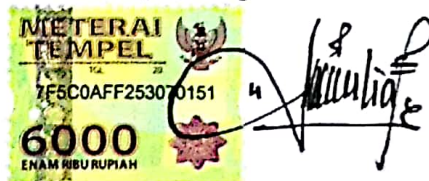
NIM :H22214028

Program Studi :Matematika

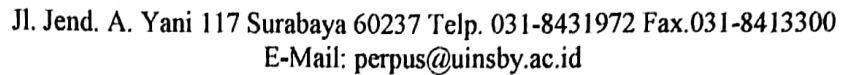
Angkatan :2014

Menyatakan bahwa saya tidak melakukan plagiat dalam penulisan skripsi saya yang berjudul: **Analisis Model Kestabilan Siklus Bisnis *Investment Saving – Liquidity Money* (IS-LM) dengan Metode Runge-Kutta Orde Lima dan *Extended Runge-Kutta***. Apabila suatu saat nanti terbukti saya melakukan tindakan plagiat, maka saya akan menerima sanksi yang telah ditetapkan. Demikian pernyataan keaslian ini saya buat dengan sebenar-benarnya.

Surabaya, 3 Agustus 2018



Ulia Maulidah Musyaffafi
NIM.H22214028



ABSTRAK

Kata Kunci: Kriteria *Routh-Hurwitz*, Runge-Kutta Orde Lima, *Extended Runge-Kutta*

DAFTAR ISI

iv

DAFTAR GAMBAR

Gambar 2.1 Fase Siklus Bisnis	7
Sumber: (Dernburg, 1987)	7
Gambar 3.1 Diagram Alir Penentuan Kestabilan Titik Tetap.....	31
Gambar 3.2 Diagram Alir Simulasi Numerik	32
Gambar 4.1 Hasil Simulasi Numerik Laju Pendapatan dengan Runge-Kutta Orde Lima Saat $0 \leq t \leq 50$	41
Gambar 4.2 Hasil Simulasi Numerik Laju Pendapatan dengan Runge-Kutta Orde Lima Saat $0 \leq t \leq 100$	41
Gambar 4.3 Hasil Simulasi Numerik Laju Suku Bunga dengan Runge-Kutta Orde Lima Saat $0 \leq t \leq 50$	42
Gambar 4.4 Hasil Simulasi Numerik Laju Suku Bunga dengan Runge-Kutta Orde Lima Saat $0 \leq t \leq 100$	42
Gambar 4.5 Hasil Simulasi Numerik Laju Stok Modal dengan Runge-Kutta Orde Lima Saat $0 \leq t \leq 50$	43
Gambar 4.6 Hasil Simulasi Numerik Laju Stok Modal dengan Runge-Kutta Orde Lima Saat $0 \leq t \leq 100$	43
Gambar 4.7 Hasil Simulasi Numerik dengan Metode Runge-Kutta Orde Lima Saat $0 \leq t \leq 50$	44
Gambar 4.8 Hasil Simulasi Numerik dengan Metode Runge-Kutta Orde Lima Saat $0 \leq t \leq 100$	44
Gambar 4.9 Hasil Simulasi Numerik Laju Pendapatan dengan <i>Extended</i> Runge- Kutta Saat $0 \leq t \leq 50$	46
Gambar 4.10 Hasil Simulasi Numerik Laju Pendapatan dengan <i>Extended</i> Runge- Kutta Saat $0 \leq t \leq 100$	46
Gambar 4.12 Hasil Simulasi Numerik Laju Suku Bunga dengan <i>Extended</i> Runge- Kutta Saat $0 \leq t \leq 50$	47
Gambar 4.13 Hasil Simulasi Numerik Laju Stok Modal dengan <i>Extended</i> Runge- Kutta Saat $0 \leq t \leq 50$	48

PENDAHULUAN

Pertumbuhan ekonomi merupakan kenaikan produk nasional bruto dalam suatu negara yang memiliki peran sangat penting bagi kemajuan negara, karena merupakan salah satu tolak ukur bagi keberhasilan dari negara tersebut. Selain itu, pertumbuhan ekonomi termasuk salah satu permasalahan makroekonomi yang dihadapi oleh setiap negara.

Indonesia merupakan salah satu negara yang pernah mengalami krisis perekonomian dimulai sejak tahun 1990-an. Hingga saat ini keadaan perekonomian mengalami fluktuasi dan cenderung tidak stabil. Salah satu contoh pertumbuhan ekonomi di Indonesia tahun 2018 dibayangi perlambatan dibandingkan dengan tahun-tahun sebelumnya karena pada tahun 2017 pertumbuhan ekonomi mencapai 5,07% atau lebih rendah dari pertumbuhan ekonomi negara tetangga seperti Malaysia yang memiliki pertumbuhan 5,8% (Angriani, 2018). Keadaan ini memerlukan adanya peramalan terhadap ekonomi negara Indonesia untuk mengetahui kondisi perekonomian di masa mendatang.

Peramalan kondisi ekonomi di masa mendatang dapat diilustrasikan dalam model siklus bisnis. Salah satunya adalah model siklus bisnis IS-LM (*Investment Saving-Liquidity Money*). *Model siklus bisnis IS-LM merupakan model sistem persamaan diferensial yang melibatkan fungsi investasi (I),*

fungsi simpanan (S), dan fungsi permintaan uang (L) (Dwiningtias & Abadi, 2014).

Model siklus bisnis IS-LM merupakan model siklus bisnis yang direpresentasikan dalam bentuk sistem persamaan diferensial (Dwiningtias & Abadi, 2014). Metode yang digunakan dalam menyelesaikan persamaan diferensial dapat dilakukan dengan metode analitik maupun numerik. Namun, kelemahan dari metode analitik adalah tidak semua persamaan matematika dapat diselesaikan untuk menghasilkan nilai eksak dan metode tersebut memerlukan waktu yang sangat lama pada proses pengerjaan (Alfaruqi, 2010). Oleh karena itu, perlu adanya metode numerik sebagai alternatif dari metode analitik. Metode numerik yang dimaksud diantaranya metode deret Taylor, metode Euler, metode Runge kutta, metode Heun. Sedangkan metode yang termasuk banyak langkah yaitu metode Adam-Bashforth-Moulton, metode Milne-Simpson, dan metode Hamming.

Dari beberapa metode tersebut, peneliti lebih tertarik menggunakan metode Runge-Kutta orde lima dan Metode *Extended* Runge-Kutta dalam melihat perilaku variabel terikat yang mempengaruhi model siklus bisnis. Keunggulan dari metode Runge-Kutta adalah metode tersebut tidak menggunakan turunan pada proses pengerjaannya (Muhammad, 2015). Selain itu semakin tinggi orde yang digunakan maka semakin besar pula tingkat ketelitian yang dihasilkan.

Penelitian ini menarik untuk dikaji karena dari model siklus IS-LM akan dilakukan analisa kestabilan model tersebut dan simulasi model dilakukan

untuk memperlihatkan perilaku variabel yang mempengaruhi model siklus bisnis IS-LM dalam bentuk grafik. Selain itu, akan dilakukan perbandingan metode Runge-Kutta orde lima dan Metode *Extended* Runge-Kutta dalam mensimulasikan model yang telah diperoleh dengan kecepatan kestabilan model tersebut.

Terdapat beberapa penelitian yang telah dilakukan dalam menganalisa keseimbangan IS-LM antara lain: Disih Sugianti melakukan analisa pada model fraksional IS-LM di Indonesia dengan metode Runge-Kutta yang memperoleh satu titik setimbang dan titik tersebut asimtotik pada turunan order fraksional tertentu (Sugianti, 2017). Rosmely, Nugrahani, dan Santuri melakukan analisa model IS-LM dengan bifurkasi Hopf yang memperoleh simulasi numerik dengan empat kasus yang berbeda berdasarkan nilai waktu tunda (Rosmely, Nugrahani, & Sianturi, 2016). Maruto Umar melakukan analisa kebijakan fiskal dan moneter dalam perekonomian Indonesia dengan metode Mundell-Fleming yang menghasilkan pengeluaran pemerintah memiliki dampak positif terhadap pendapatan meskipun tidak signifikan (Umar, 2009).

Dalam penelitian ini akan dilakukan analisis kestabilan model siklus bisnis IS-LM dengan variabel laju pendapatan, laju suku bunga, dan laju stok modal. Model ini merupakan model modifikasi dari model siklus bisnis Gabisch dan Lorenz (1987) dengan mensubstitusikan fungsi investasi, simpanan, dan permintaan uang. Analisis kestabilan model dilakukan dengan menentukan titik tetap yang kemudian dilakukan analisis kestabilan titik tetap

Berdasarkan latar belakang diatas, penulis tertarik untuk melakukan penelitian dengan judul ***“Analisis Model Kestabilan Siklus Bisnis IS-LM dengan Metode Runge-Kutta Orde Lima dan Extended Runge-Kutta”***.

Berdasarkan latar belakang di atas, maka rumusan masalah dalam penelitian ini adalah:

- ### C. Tujuan Penelitian

1. Mengetahui model kestabilan siklus bisnis IS-LM.
2. Mendapatkan waktu kestabilan siklus bisnis IS-LM dengan metode Runge-Kutta orde lima.

Adapun manfaat yang dapat diambil dari penelitian ini sebagai berikut:

Hasil penelitian ini diharapkan mampu memberikan pemikiran dalam memperkaya konsep mengenai analisa kestabilan dan penyelesaian numerik waktu kestabilan dari siklus bisnis IS-LM dengan metode Runge-Kutta orde lima dan *Extended Runge-Kutta*.

Hasil penelitian ini diharapkan dapat digunakan oleh pemerintah atau badan terkait dalam mengambil kebijakan mengenai permasalahan makroekonomi terutama pada konsep IS-LM di Indonesia.

TINJAUAN PUSTAKA

Siklus bisnis (*business cycle*) merupakan pola perekonomian jangka panjang yang berkaitan dengan pertumbuhan (ekspansi) dan resesi (kontraksi). (Lestari, 2011). Siklus bisnis dapat disebut juga siklus ekonomi (*economic cycle*). Dalam ilmu ekonomi, siklus bisnis dapat diartikan sebagai gerak naik turun akibat aktivitas ekonomi yang terjadi secara berulang-ulang dengan rentan waktu yang bervariasi.

1. Pemulihan(Ekspansi)

6

Gelombang antara satu puncak dan puncak berikutnya atau satu titik terendah dengan titik terendah berikutnya disebut periode satu siklus, misalnya gerakan dari periode satu sampai dengan periode tiga merupakan periode satu siklus untuk titik puncak. Gerakan dari periode dua sampai periode empat merupakan periode satu siklus untuk titik terendah.

Pada siklus bisnis terjadi 2 titik balik (*turning points*) yaitu titik puncak (*peak*) dan titik lembah (*bottom*). Kedua titik balik ini menandakan adanya pergerakan dari periode ekspansi ke periode kontraksi dan begitujuga sebaliknya (Pasaribu, 2009).

[illegible]

Dalam teori mengenai fluktuasi ekonomi, terdapat dua pandangan berbeda dalam menjelaskan terjadinya fluktuasi *output* dan kesempatan kerja jangka pendek. Teori tentang fluktuasi ekonomi adalah teori *Real Bussiness Cycle*, *Bussiness Cycle Keynesian*, dan *Bussiness Cycle Moneter*.

Dalam teori ini terjadinya fluktuasi dianggap sebagai perubahan dalam tingkat *output* alami atau keseimbangan dengan tetap mempertahankan model klasik sebagai acuan. Asumsi teori ini bahwa dalam jangka pendek harga dan upah adalah fleksibel. Teori ini menganut adanya sistem *classical* dikotomi dengan variabel-variabel nominal seperti di sektor riil seperti *output* dan pengangguran (Mankiw, Quah, & Wilson, 2012). Semua fluktuasi yang terjadi seperti pertumbuhan ekonomi, tingkat pengangguran, tingkat konsumsi, dan investasi merupakan hasil reaksi dari individu-individu terhadap perubahan dalam perekonomian. Selama *resesi* teknologi dan *output* intensif untuk bekerja menurun karena teknologi produksi menurun. Asumsi lain dari teori ini adalah netralitas uang dalam

Teori *Real Business Cycle* banyak dikritik oleh ahli ekonomi yang umumnya berasal dari penganut aliran Keynesian. Mereka mempercayai bahwa fluktuasi terjadi pada *output* dan kesempatan kerja disebabkan oleh adanya fluktuasi dalam permintaan agregat. Dengan kata lain, teori ini menyatakan bahwa upah dan harga sulit berubah, sehingga peranan pemerintah dalam kebijakan fiskal dan moneter sangat diperlukan untuk menstabilkan perekonomian. Teori ini menekankan bahwa ketidakstabilan agregat merupakan salah satu penyebab terjadinya fluktuasi makroekonomi (Dornbusch, Fisher, & Startz, 2016).

Teori ini menekankan adanya guncangan permintaan yang terjadi pada fluktuasi ekonomi, tetapi hanya dalam jangka pendek. Teori *bussiness cycle moneter* dan *keynesian* menyatakan bahwa uang mempengaruhi *output* sedangkan teori *real bussiness cycle* menyatakan sebaliknya bahwa *output* mempengaruhi uang (Dernburg, 1987). Sebagian besar para ahli makroekonomi menyatakan adanya perbedaan antara jangka pendek dan jangka panjang. Dalam jangka panjang, harga bersifat fleksibel sedangkan dalam jangka pendek, harga bersifat kaku yang bisa ditentukan pada tingkat uang sebelumnya. Sehingga kebijakan ekonomi memiliki dampak

- Fluktuasi dalam perekonomian sifatnya tidak teratur dan tidak dapat diramalkan.
- Kebanyakan besaran ekonomi makro berfluktuasi bersama-sama.
- Saat hasil produksi turun, tingkat pengangguran naik.

Model IS-LM merupakan salah satu model dalam bidang makroekonomi. Model siklus bisnis IS-LM melibatkan fungsi investasi (*Investment*), fungsi tabungan (*Saving*) pada pasar barang dan fungsi permintaan akan uang (*Liquidity preference*), dan persediaan uang (*Money supply*) pada pasar uang (Rosmely, Nugrahani, & Sianturi, 2016). Model siklus bisnis pertama kali diperkenalkan oleh Kalecki (1935) dan Kaldor (1940) dalam bentuk sistem persamaan differensial, yaitu

[illegible]

$$\frac{dK}{dt} = (I(Y(t), K(t))) \quad (2.1)$$

dengan $\frac{dY}{dt}$ adalah laju pendapatan, $\frac{dK}{dt}$ adalah laju stok modal, $I(Y(t), K(t))$ adalah fungsi investasi yang bergantung pada pendapatan dan stok modal, $S(Y(t), K(t))$ adalah fungsi simpanan yang bergantung pada pendapatan dan stok modal, dan $\alpha > 0$ adalah percepatan akibat kelebihan atau kekurangan investasi.

Pada tahun 1977, Torre mengubah model (2.1) dengan mengganti variabel stok modal (K) dengan variabel suku bunga (R). Sehingga menjadi model siklus bisnis seperti berikut:

$$\begin{aligned}\frac{dY}{dt} &= \alpha(I(Y(t), K(t)) - S(Y(t), R(t))) \\ \frac{dR}{dt} &= \beta(L(Y(t), R(t)) - M)\end{aligned}\tag{2.2}$$

dengan $\frac{dR}{dt}$ adalah tingkat suku bunga, $L(Y(t), R(t))$ adalah fungsi permintaan uang yang bergantung pada pendapatan dan suku bunga, $\beta > 0$ adalah percepatan yang disebabkan adanya kekurangan atau kelebihan permintaan akan uang, dan $M > 0$ adalah konstanta persediaan uang.

Kemudian pada tahun 1987, Gabisch dan Lorenz menambahkan variabel stok modal (K) ke dalam model siklus bisnis (2.2), sehingga menjadi model siklus bisnis

$$\begin{aligned} Y(t) &= \alpha[I(Y(t), K(t), R(t)) - S(Y(t), R(t))] \\ R(t) &= \beta[L(Y(t), R(t)) - M] \\ K(t) &= I[Y(t), K(t), R(t)] - \delta K(t) \end{aligned} \quad (2.3)$$

Dengan $\delta > 0$ adalah konstanta penyusutan modal.

Pada tahun 2005, Cai memberikan asumsi-asumsi terhadap investasi (I), fungsi simpanan (S) dan fungsi permintaan uang (L).

$$\begin{aligned} I(Y, K, R) &= \eta Y - \delta_1 K - \beta_1 R \\ S(Y, R) &= l_1 Y + \beta_2 R \\ L(Y, R) &= l_2 Y - \beta_3 R \end{aligned}$$

η = tingkat pertumbuhan investasi terhadap pendapatan,
 δ_1 = tingkat penurunan investasi terhadap stok modal,
 l_1 = tingkat pertumbuhan simpanan terhadap pendapatan,
 l_2 = tingkat pertumbuhan permintaan akan uang terhadap pendapatan,
 β_1 = tingkat penurunan investasi terhadap suku bunga,
 β_2 = tingkat pertumbuhan simpanan terhadap suku bunga,
 β_3 = tingkat penurunan permintaan akan uang terhadap suku bunga,

β_3 = tingkat penurunan permintaan akan uang terhadap suku bunga,

D. Sistem Persamaan Diferensial

Persamaan diferensial merupakan gabungan dari fungsi yang tidak diketahui secara eksplisit beserta turunannya (Iffatul, 2016). Persamaan diferensial juga dapat diartikan sebagai persamaan yang menghubungkan suatu besaran dengan perubahannya. Menurut Singgih Tahwin Muhammad, persamaan diferensial merupakan sebuah persamaan fungsi turunan yang terdapat dalam ilmu matematika (Muhammad, 2015). Persamaan diferensial dapat dituliskan sebagai berikut:

$$F\left(x, \frac{dx}{dt}, \frac{d^2x}{dt^2}, \frac{d^3x}{dt^3}, t\right) = 0 \quad (2.5)$$

Dengan x mewakili fungsi yang belum diketahui atau variabel tak bebas (*dependent variabel*) sedangkan t merupakan variabel bebas (*independent variabel*). Contoh dari persamaan diferensial adalah sebagai berikut:

a. $\frac{dy}{dx} = e^{2x}$

b. $dy = (yx + 1)^2 dx$

c. $\frac{dx}{dt} = t^2 \cos(x)$

Persamaan diferensial memiliki berbagai macam jenis. Diantaranya persamaan dapat diselesaikan dengan mudah sampai dengan persamaan yang sulit untuk diselesaikan sehingga menggunakan metode numerik untuk membantu menyelesaikan persamaan diferensial. Persamaan diferensial terbagi menjadi dua, yaitu persamaan diferensial biasa dan persamaan diferensial parsial.

Persamaan diferensial biasa merupakan persamaan yang hanya memiliki satu peubah bebas yang biasa disimbolkan dengan peubah x . Bentuk umum dari persamaan diferensial biasa adalah:

$$x' = f(t, x) \quad (2.6)$$

dengan x merupakan variabel *independent* t merupakan variabel *dependent*. Orde dari persamaan diferensial merupakan turunan tertinggi dari fungsi peubah bebas persamaan diferensial. Menurut ordenya persamaan diferensial biasa dapat dibagi menjadi beberapa macam, diantaranya:

1. Persamaan diferensial biasa orde satu, yaitu persamaan diferensial yang turunan tertingginya adalah turunan pertama.
2. Persamaan diferensial biasa orde dua, yaitu persamaan diferensial yang turunan tertingginya adalah turunan kedua.
3. Persamaan diferensial biasa orde tiga, yaitu persamaan diferensial yang turunan tertingginya adalah turunan ketiga.
4. Begitu juga seterusnya.

Persamaan diferensial biasa orde dua ke atas dinamakan persamaan diferensial orde lanjut.

Persamaan diferensial biasa dapat diselesaikan dengan bantuan beberapa metode yang telah ada, diantaranya Metode Euler, Metode Heun, Metode Runge-Kutta, Metode Milne, Metode Hamming, dan sebagainya. Metode-metode tersebut menurut langkah pengerjaannya dapat dibedakan menjadi dua, yaitu (Chapra & Canale, 1990):

Untuk skalar sebarang λ . Skalar λ disebut nilai eigen dari A , dan x disebut sebagai vektor eigen dari A yang terkait λ (Rosmely, Nugrahani, & Sianturi, 2016).

Untuk memperoleh nilai eigen dari sebuah matriks $A_{n \times n}$, Persamaan (2.18) dapat ditulis kembali sebagai

$$Ax = \lambda I$$

atau secara ekuivalen

$$\lambda I - A x = 0 \quad (2.19)$$

Agar λ dapat menjadi nilai eigen, harus terdapat satu solusi tak nol dari Persamaan (2.19). Persamaan (2.19) memiliki solusi tak nol jika dan hanya jika

$$\det (\lambda I - A) = 0 \quad (2.20)$$

Persamaan (2.20) disebut persamaan karakteristik (*characteristic equation*) matriks A . Skalar-skalar yang memenuhi Persamaan (2.20) adalah nilai-nilai eigen A (Anton, 2008).

G. Titik Tetap

Titik tetap disebut juga dengan titik kritis atau titik kesetimbangan. Analisis kestabilan titik tetap dilakukan menggunakan matriks Jacobi yaitu **J** matriks. Titik tetap disubstitusikan ke dalam matriks Jacobi, kemudian dengan Persamaan (2.20) akan diperoleh nilai eigen $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3, \dots, \lambda_n$. Berdasarkan nilai eigen yang diperoleh, secara umum kestabilan titik tetap memiliki tiga perilaku, yaitu:

1. Stabil, jika:

- a. Setiap nilai eigen bernilai negatif ($\lambda_i < 0$ untuk setiap i).
 - b. Setiap nilai eigen kompleks memiliki bagian real negatif atau sama dengan nol ($Re(\lambda_i) \leq 0$ untuk setiap i).
2. Tidak stabil, jika:
- a. Beberapa nilai eigen bernilai positif ($\lambda_i > 0$ untuk setiap i).
 - b. Beberapa nilai eigen kompleks memiliki bagian real positif atau sama dengan nol ($Re(\lambda_i) \geq 0$ untuk setiap i).
3. Sadel, jika ada perkalian dua buah nilai eigen real adalah negatif ($\lambda_i \lambda_j < 0$ untuk setiap i dan j sembarang) (Luenberger, 1979).

H. Kriteria *Routh-Hurwitz*

Salah satu metode yang dapat digunakan dalam menentukan kestabilan titik tetap adalah kriteria kestabilan *Routh-Hurwitz*, yaitu suatu kriteria untuk menunjukkan kestabilan dengan tidak melihat tanda bagian real dari nilai eigen secara langsung melainkan melihat koefisien dari persamaan karakteristik. Kriteria Kestabilan *Routh-Hurwitz* dinyatakan dalam Teorema 1 berikut:

Teorema 1. Misalkan a_1, a_2, \dots, a_k bilangan-bilangan real $a_j = 0$ jika $j > k$. Semua nilai dari persamaan karakteristik

$$P(\lambda) = \lambda^k + a_1\lambda^{k-1} + \cdots + a_{k-1}\lambda + a_k = 0$$

Dan matriks Hurwitz sebagai berikut:

$$H_j = \begin{bmatrix} a_1 & a_3 & a_5 & a_7 & \dots & 0 \\ 1 & a_2 & a_4 & a_6 & \dots & 0 \\ 0 & a_1 & a_3 & a_5 & \dots & 0 \\ 0 & 1 & a_2 & a_4 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{2j-1} & a_{2i-2} & a_{2i-3} & a_{2i-4} & \dots & a_j \end{bmatrix}$$

Maka nilai eigen dari Persamaan (2.20) akan mempunyai bagian real negatif jika dan hanya jika determinan dari matriks H_j bernilai positif:

$$\det H_j > 0 \text{ untuk setiap } j = 1, 2, \dots, k$$

Menurut kriteria *Routh-Hurwitz*, teorema di atas untuk nilai $k = 2,3,4$, titik tetap akan stabil jika dan hanya jika:

$$k = 2; a_1 > 0, a_2 > 0$$

$$k = 3; a_1 > 0, a_3 > 0, a_1 a_2 > a_3,$$

$$k = 4; a_1 > 0, a_3 > 0, a_4 > 0, a_1 a_2 a_3 > a_3^2 + a_1^2 a_4$$

I. Methode Runge-Kutta

Metode Runge-Kutta merupakan salah satu metode satu langkah dalam menyelesaikan persamaan diferensial biasa. Metode Runge-Kutta merupakan pengembangan dari metode Euler dengan perhitungan penyelesaian dilakukan *step by step* (Alfaruqi, 2010). Metode ini merupakan salah satu alternatif dari metode deret Taylor yang tidak membutuhkan perhitungan turunan (Iffatul, 2016). Penyelesaian persamaan diferensial biasa dengan menggunakan deret Taylor kurang praktis, karena metode tersebut menggunakan perhitungan turunan $f(x, y)$. Namun, tidak semua fungsi dapat dihitung dengan mudah turunannya. Semakin tinggi orde pada deret Taylor, semakin tinggi pula

$$y_{n+1} = y_n + (1.k_1)$$

$$y_{n+1} = y_n + (k_1)$$

$$y_{n+1} = y_n + hf(x_n, y_n)$$

Hal inilah yang termasuk dalam metode Euler.

2. Metode Runge-Kutta Orde Dua

Metode ini disebut juga dengan metode Heun. Metode Runge-Kutta orde dua memiliki bentuk paling sederhana dengan membagi dua bagian dari bagian perubahan sehingga :

$$dy = \frac{h.f_1 + h.f_2}{2} \quad (2.23)$$

dimana f_1 dan f_2 adalah nilai fungsi step yang diambil dari bentuk fungsi persamaan differensial pada step tengahan. Sehingga diperoleh formulasi dari Metode Runge-Kutta 2 sebagai berikut:

$$y_{n+1} = y_n + \frac{1}{2}(k_1 + k_2) \quad (2.24)$$

dimana:

$$k_1 = h \cdot f(x_n, y_n)$$

$$k_2 = hf(x_n + h, y_n + k_1)$$

3. Metode Runge-Kutta Orde Tiga

Salah satu metode Runge-Kutta yang terkenal dan banyak digunakan adalah metode Runge-Kutta Orde Tiga. Orde tiga ini memiliki

$$k_{11} = f(x_n, y_n)$$

$$k_{21} = f(x_n + c_2 h, y_n + h a_{21} k_{11})$$

$$k_{31} = f(x_n + c_3 h, y_n + h a_{31} k_{11} + h a_{32} k_{21})$$

$$k_{41} = f(x_n + c_4 h, y_n + h a_{41} k_{11} + h a_{42} k_{21} + h a_{43} k_{31})$$

$$k_{12} = f'(x_n, y_n)$$

$$k_{22} = f'(x_n + c_2 h, y_n + h a_{21} k_{11})$$

$$k_{32} = f'(x_n + c_3h, y_n + ha_{31}k_{11} + ha_{32}k_{21})$$

$$k_{42} = f'(x_n + c_4 h, y_n + h a_{41} k_{11} + h a_{42} k_{21} + h a_{43} k_{31})$$

K. Perekonomian dalam Islam

Keadaan perekonomian yang bergerak naik turun sebagai akibat dari aktivitas ekonomi, terjadi secara berulang-ulang, dan dalam rentan waktu yang bervariasi dinamakan dengan siklus bisnis. Dalam Al-Qur'an Surat Yusuf ayat 43-48 Allah telah menceritakan adanya siklus bisnis dan cara mengelolanya:

وَقَالَ الْمَلِكُ إِنِّي أَرَى سَبْعَ بَقَرَاتٍ سِمَانٍ يَأْكُلُهُنَّ سَبْعٌ عِجَافٌ وَسَبْعَ
سُنْبُلَاتٍ خُضْرٍ وَأُخَرَ يَابِسَاتٍ يَا أَيُّهَا الْمَلَأُ أَفْتُونِي فِي رُءْيَايَ إِنْ كُنْتُمْ
لِلرُّءْيَا تَعْبُرُونَ ﴿٤٣﴾ قَالُوا أَضْغَتْ أَحْلَامٌ وَمَا نَحْنُ بِتَأْوِيلِ الْأَحْلَامِ بِعَالَمِينَ
﴿٤٤﴾ وَقَالَ الَّذِي نَجَا مِنْهُمَا وَادَّكَرَ بَعْدَ أُمَّةٍ أَنَا أُنَبِّئُكُمْ بِتَأْوِيلِهِ

"Raja berkata (kepada orang-orang terkemuka dari kaumnya), "Sesungguhnya aku bermimpi melihat tujuh ekor sapi betina yang gemuk-gemuk dimakan oleh tujuh ekor sapi betina yang kurus-kurus dan tujuh bulir (gandum) yang hijau dan tujuh lainnya yang kering." Hai orang-orang yang terkemuka, "Terangkanlah kepadaku tentang ta'bir mimpiku itu jika kalian dapat mena'birkan mimpi." Mereka menjawab, "(itu) adalah mimpi-mimpi yang kosong dan kami sekali-kali tidak tahu mena'birkan mimpi itu." Dan berkatalah orang yang selamat di antara mereka berdua dan teringat (kepada Yusuf) sesudah beberapa waktu lamanya, "Aku akan memberitakan kepadamu tentang (orang yang pandai) mena'birkan mimpi itu, maka utuslah aku(kepadanya)." (Setelah pelayan itu berjumpa dengan Yusuf, dia berseru), "Yusuf, hai orang yang dapat dipercaya, terangkanlah kepada kami tentang tujuh ekor sapi yang gemuk-gemuk yang dimakan oleh tujuh ekor sapi yang kurus-kurus dan tujuh bulir (gandum) yang hijau dan (tujuh) lainnya yang kering agar aku kembali kepada orang-orang itu, agar mereka mengetahuinya." Yusuf berkata, "Supaya kalian bertanam tujuh tahun (lamanya) sebagaimana biasa; maka apa yang kalian panen hendaklah kalian biarkan dibulirnya, kecuali sedikit untuk kalian makan. Kemudian sesudah itu akan datang tujuh tahun yang amat sulit, yang menghabiskan apa yang kalian simpan untuk menghadapinya (tahun sulit), kecuali sedikit dari (bibit gandum) yang kalian simpan. Kemudian setelah itu akan datang tahun yang padanya manusia diberi hujan (dengan cukup) dan di masa itu mereka memerass anggur."

[illegible]

Kebijakan tersebut telah berhasil membawa Mesir pada masa kemakmuran karena negara tersebut dapat melewati siklus ekonomi dengan baik. Kisah tersebut dapat menjadi salah satu bukti bahwa siklus ekonomi ada jauh sebelum munculnya teori ekonomi modern. Sehingga dalam menerapkan sistem perekonomian, kita patut mencontoh anjuran dari Nabi Yusuf dalam menghadapi siklus ekonomi. Karena jika tidak pandai dalam menghadapi siklus ekonomi, dampak terburuknya akan terjadi krisis ekonomi yang mengakibatkan segala aspek kehidupan dapat terbengkalai. Seperti Indonesia pada tahun 1998 mengalami krisis ekonomi dan dapat dikatakan perekonomiannya berada pada titik terendah (*bottom*).

Krisis ekonomi juga terjadi pada zaman Rosululloh SAW. Sebagaimana hadits Nabi Muhammad SAW :

عَنْ أَنَسِ بْنِ مَالِكٍ قَالَ قَالَ غَلَا السَّعْرُ عَلَى عَهْدِ رَسُولِ اللَّهِ صَلَّى اللَّهُ عَلَيْهِ وَسَلَّمَ فَقَالُوا يَا رَسُولَ اللَّهِ قَدْ غَلَا السَّعْرُ فَسَعِّرْ لَنَا فَقَالَ إِنَّ اللَّهَ هُوَ

"Dari Anas bin Malik ia berkata, "Pernah terjadi kenaikan harga pada masa Rasulullah saw., maka orang-orang pun berkata, "Wahai Rasulullah, harga-harga telah melambung tinggi, maka tetapkanlah standar harga untuk kami." Beliau lalu bersabda: "Sesungguhnya Allah-lah yang menentukan harga, yang menyempitkan dan melapangkan, dan Dia-lah yang memberi rezeki. Sungguh, aku berharap ketika berjumpa dengan Allah tidak ada seseorang yang meminta pertanggungjawaban dariku dalam hal darah maupun harta." (HR. Ibnu Majah, Tirmidzi dan Ahmad)".

Hadits tersebut menceritakan adanya krisis ekonomi pada zaman Rosululloh yang disebabkan oleh ketidakseimbangan harga di pasar. Karena pada zaman itu, sebagian besar masyarakat Arab bermata pencaharian pedagang, sehingga hal tersebut sangat mengganggu keberlangsungan hidup mereka. Mereka pun mengadu kepada Rosul untuk menstabilkan harga di pasar. Namun, Rosululloh menjawab bahwa harga tersebut telah ditetapkan oleh Allah (Indonesia K. A., 2018).

Manusia bebas melakukan jual-beli dengan dasar suka sama suka dan dengan harga yang semestinya. Tidak satupun orang yang dapat menentukan harga yang tidak semestinya terhadap suatu barang karena hal tersebut tidak diridhoi oleh Allah SWT. Perbuatan tersebut termasuk sumber kedzaliman.

Sebagaimana hadits tersebut, salah satu faktor dari adanya krisis ekonomi adalah terjadinya ketidakseimbangan dari salah satu sektor ekonomi. Salah satu ketidakseimbangan yang sering dikaji adalah pasar barang dan pasar uang atau IS-LM. Hal tersebut dikarenakan maraknya pasar uang yang

lebih daripada pasar barang, artinya negara lebih banyak melakukan transaksi uang daripada barang yang berakibat pada ketidakstabilan perekonomian. Padahal Allah menciptakan semua makhluk berdasarkan keseimbangan. Sesuai dengan firman Allah dalam Surat Ar-Rahman ayat 7-9:

وَالسَّمَاءَ رَفَعَهَا وَوَضَعَ الْمِيزَانَ ﴿٨﴾ أَلَّا تَطْغَوْا فِي الْمِيزَانِ ﴿٩﴾ وَأَقِيمُوا
الْوَزْنَ بِالْقِسْطِ وَلَا تُخْسِرُوا الْمِيزَانَ ﴿٩﴾

Artinya:

“Dan Allah telah meninggikan langit dan Dia meletakkan neraca (keadilan)(7). Supaya kamu jangan melampaui batas tentang neraca itu(8). Dan tegakkanlah timbangan itu dengan adil dan janganlah kamu mengurangi neraca itu(9)”(QS. Ar-Rahman:7-9).

Kata “mizan” pada ayat di atas menjelaskan bahwa Allah menciptakan langit, bumi, dan seisinya ini dengan keseimbangan. Segala sesuatu di muka bumi ini berada pada sistem keseimbangan. Begitu juga dengan sistem perekonomian. Sistem perekonomian salah satunya bergantung pada tingkat pendapatan nasional. Pendapatan nasional berada pada titik ekuilibrium jika tingkat pendapatan nasional tidak ada kekuatan ekonomi yang mempunyai tendensi untuk mengubahnya (Reksoprayitno, 2012). Artinya bahwa pendapatan nasional akan berada pada titik kestabilan jika tidak ada variabel ekonomi lain yang dapat mengubahnya. Selain itu, perekonomian sudah seharusnya berada pada kestabilan agar tidak terjadi adanya masalah stabilitas ekonomi yang dapat mengganggu keberlangsungan kehidupan manusia.

Hikmah yang dapat kita ambil dari ayat-ayat dan hadits di atas adalah dengan adanya fluktuasi pada sistem perekonomian, berarti bahwa dalam

METODE PENELITIAN

Penelitian ini merupakan penelitian kuantitatif, karena dalam penelitian ini menggunakan data kuantitatif sehingga analisis datanya menggunakan analisis kuantitatif. Selain itu, penelitian ini juga merupakan penelitian komparatif, karena membandingkan dua metode, yaitu metode Runge-Kutta orde lima dan *Extended* Runge-Kutta dalam menentukan metode yang lebih efisien untuk menyelesaikan model keseimbangan IS-LM.

Dalam penelitian ini variabel penelitian terdiri dari variabel bebas dan variabel terikat. Variabel bebas yang digunakan adalah percepatan akibat kelebihan/kekurangan stok investasi, konstanta persediaan uang, percepatan akibat kelebihan/kekurangan permintaan uang, konstanta penyusutan modal, tingkat pertumbuhan investasi terhadap stok modal, tingkat investasi terhadap pendapatan, tingkat pertumbuhan simpanan terhadap pendapatan, tingkat pertumbuhan permintaan uang terhadap pendapatan, tingkat penurunan permintaan uang terhadap suku bunga, tingkat penurunan investasi terhadap suku bunga, dan tingkat pertumbuhan simpanan terhadap suku bunga.

30

- 4) Konstanta penyusutan modal
 - 5) Tingkat pertumbuhan investasi terhadap stok modal
 - 6) Tingkat investasi terhadap pendapatan
 - 7) Tingkat pertumbuhan simpanan terhadap pendapatan
 - 8) Tingkat pertumbuhan permintaan uang terhadap pendapatan
 - 9) Tingkat penurunan permintaan uang terhadap suku bunga
 - 10) Tingkat penurunan investasi terhadap suku bunga
 - 11) Tingkat pertumbuhan simpanan terhadap suku bunga
- b. Mencari solusi numerik menggunakan metode Runge-Kutta orde lima
 - c. Mencari solusi numerik menggunakan metode *Extended* Runge-Kutta
 - d. Mencari waktu kestabilan dari masing-masing metode
 - e. Menentukan metode terbaik dari kedua metode tersebut menurut kecepatan waktu kestabilan titik tetap.

PEMBAHASAN

Model siklus bisnis yang digunakan dalam penelitian ini merupakan model yang diperkenalkan oleh Gabisch dan Lorenz (1987) dengan mensubstitusikan fungsi investasi, simpanan, dan stok modal pada persamaan

ke dalam persamaan

$$K(t) = I[Y(t), K(t), R(t)] - \delta_2 K(t)$$

dengan parameter-parameter yang telah diberikan oleh Cai (2005), yaitu:

$$\begin{aligned} Y(t) &= \alpha[(\eta - l_1)Y - (\beta_1 + \beta_2)R - \delta_1 K] \\ R(t) &= \beta[l_2 Y - \beta_3 R - M] \\ K(t) &= \eta Y - \beta_1 R - (\delta_1 + \delta_2)K \end{aligned} \quad (4.1)$$

akan uang, $\beta > 0$.

M konstanta persediaan uang $M > 0$.

η = tingkat pertumbuhan investasi terhadap pendapatan.

δ_1 = tingkat penurunan investasi terhadap stok modal.

δ_2 = konstanta penyusutan modal.

l_1 = tingkat pertumbuhan simpanan terhadap pendapatan.

l_2 = tingkat pertumbuhan permintaan akan uang terhadap pendapatan.

β_1 = tingkat penurunan investasi terhadap suku bunga.

β_2 = tingkat pertumbuhan simpanan terhadap suku bunga.

β_3 = tingkat penurunan permintaan akan uang terhadap suku bunga.

dengan η , $\delta_1, l_1, l_2, \beta_1, \beta_2, \beta_3$ adalah konstanta-konstanta positif dalam interval $[0,1]$.

Titik tetap pada Persamaan (4.1) dapat diperoleh jika memenuhi

$$Y(t) = R(t) = K(t) = 0.$$

Sehingga diperoleh

$$\alpha[(\eta - l_1)Y - (\beta_1 + \beta_2)R - \delta_1 K] = 0 \quad (4.2)$$

$$\beta[l_2Y - \beta_3R - M] = 0 \quad (4.3)$$

$$\eta Y - \beta_1 R - (\delta_1 + \delta_2)K = 0 \quad (4.4)$$

Selanjutnya untuk mencari titik tetap (Y^*, R^*, K^*) yaitu dengan menggunakan eliminasi dan substitusi pada setiap persamaan. Pada Persamaan (4.2) hanya akan dipenuhi jika

$$\alpha = 0 \text{ atau } (\eta - l_1)Y - (\beta_1 + \beta_2)R - \delta_1 K = 0 \quad (4.5)$$

Begitu juga Persamaan (2) hanya akan dipenuhi jika

$$\beta = 0 \text{ atau } l_2 Y - \beta_3 R - M = 0 \quad (4.6)$$

Langkah selanjutnya adalah untuk mengetahui kestabilan titik tetap model, dilakukan analisis titik tetap dari sistem Persamaan (4.1) menggunakan matriks Jacobi (J) yang berordo 3×3 , yaitu dengan memisalkan

$$f(Y, R, K) = \alpha[(\eta - l_1)Y - (\beta_1 + \beta_2)R - \delta_1 K]$$

$$g(Y, R, K) = \beta[l_2 Y - \beta_3 R - M] \quad (4.13)$$

$$h(Y, R, K) = \eta Y - \beta_1 R - (\delta_1 + \delta_2)K$$

Matriks Jacobian yang terbentuk dari Persamaan (4.13) adalah dengan menurunkan setiap fungsi terhadap Y, R , dan K sebagai berikut:

$$J = \begin{bmatrix} \frac{df}{dY} & \frac{df}{dR} & \frac{df}{dK} \\ \frac{dg}{dY} & \frac{dg}{dR} & \frac{dg}{dK} \\ \frac{dh}{dY} & \frac{dh}{dR} & \frac{dh}{dK} \end{bmatrix}$$

dengan:

$\frac{df}{dY} = \alpha(\eta - l_1)$	$\frac{df}{dR} = -\alpha(\beta_1 + \beta_2)$	$\frac{df}{dK} = -\alpha\delta_1$
$\frac{dg}{dY} = \beta l_2$	$\frac{dg}{dR} = -\beta\beta_3$	$\frac{dg}{dK} = 0$
$\frac{dh}{dY} = \eta$	$\frac{dh}{dR} = -\beta_1$	$\frac{dh}{dK} = -(\delta_1 + \delta_2)$

Sehingga diperoleh matriks Jacobi:

$$J = \begin{bmatrix} \alpha(\eta - l_1) & -\alpha(\beta_1 + \beta_2) & -\alpha\delta_1 \\ \beta l_2 & -\beta\beta_3 & 0 \\ \eta & -\beta_1 & -(\delta_1 + \delta_2) \end{bmatrix} \quad (4.14)$$

Kestabilan dari titik tetap diperoleh dengan melihat nilai eigen dari persamaan karakteristik yang diperoleh dari model (4.14), yaitu dengan mencari $\det(J - \lambda I) = 0$,

$$\det \begin{bmatrix} \alpha(\eta - l_1) - \lambda & -\alpha(\beta_1 + \beta_2) & -\alpha\delta_1 \\ \beta l_2 & -\beta\beta_3 - \lambda & 0 \\ \eta & -\beta_1 & -(\delta_1 + \delta_2) - \lambda \end{bmatrix} = 0$$

sehingga didapat persamaan karakteristik

$$\lambda^3 + P\lambda^2 + Q\lambda + R = 0 \quad (4.15)$$

dengan

$$P = \beta\beta_3 - \alpha\eta + \delta_1 + \delta_2 + \alpha l_1$$

$$Q = \alpha\delta_1\eta + \alpha\beta\beta_2l_2 + \alpha\beta\beta_1l_2 + \beta\beta_3\delta_2 + \beta\beta_3\delta_1 + \alpha l_1\delta_2 + \alpha l_1\delta_1 + \alpha l_1\beta\beta_3 \\ - \alpha\eta\delta_2 - \alpha\eta\delta_1 - \alpha\eta\beta\beta_3$$

$$R = -\alpha\eta\beta\beta_3\delta_1 - \alpha\eta\beta\beta_3\delta_2 + \alpha l_1\beta\beta_3\delta_2 + \alpha l_1\beta\beta_3\delta_1 - \alpha\beta\beta_1l_2\delta_1 \\ + \alpha\beta\beta_1l_2\delta_1 + \alpha\beta\beta_1l_2\delta_2 + \alpha\beta\beta_2l_2\delta_1 + \alpha\beta\beta_2l_2\delta_2 + \alpha\eta\beta\beta_3\delta_1$$

Uraian untuk mendapatkan persamaan karakteristik sebagaimana Persamaan (4.15) dapat dilihat pada Lampiran 2.

Karena nilai eigen dari Persamaan (4.15) sulit ditentukan, maka kestabilan dari titik tetap dapat diselidiki dengan kriteria *Routh-Hurwitz*. Menurut kriteria *Routh-Hurwitz* nilai eigen dari Persamaan (4.15) akan membuat titik tetap $E = (Y^*, R^*, K^*)$ (4.12) bersifat stabil jika dan hanya jika $P > 0, R > 0$, dan $PQ - R > 0$.

B. Simulasi Numerik dengan Metode Runge-Kutta Orde Lima

Pada bagian ini akan dilakukan simulasi numerik model siklus bisnis IS-LM untuk mencari waktu kestabilan dari model dengan metode Runge-Kutta orde lima.

Nilai awal yang digunakan dalam simulasi merupakan data dari Bank Indonesia tahun 2016 berupa laju pendapatan $Y(t) = 5$, laju suku bunga $R(t) = 9.18$, dan laju stok modal $K(t) = 4.47$ (Indonesia B., 2017). Parameter yang digunakan dalam simulasi model siklus bisnis ini disajikan dalam Tabel 4.1.

Tabel 4.1 Nilai Parameter Siklus Bisnis
(Indonesia B. , 2017)

Symbol	Definisi Parameter	Nilai
η	Tingkat pertumbuhan investasi terhadap pendapatan	0.5
δ_1	Tingkat penurunan investasi terhadap stok modal	0.7
δ_2	Konstanta penyusutan modal	0.5
l_1	Tingkat pertumbuhan simpanan terhadap pendapatan	0.1
l_2	Tingkat pertumbuhan permintaan uang terhadap pendapatan	0.6
b_1	Tingkat penurunan investasi terhadap suku bunga	0.7
b_2	Tingkat pertumbuhan simpanan terhadap suku bunga	0.8
b_3	Tingkat penurunan permintaan uang terhadap suku bunga	0.9
M	Konstanta persediaan uang	0.05
α	Percepatan akibat adanya kelebihan atau kekurangan investasi	1
β	Percepatan akibat adanya kelebihan atau kekurangan permintaan uang	4

Berdasarkan parameter tersebut dan dengan memperhatikan data pada Tabel 4.1 menghasilkan titik tetap yaitu $E = (Y^*, R^*, K^*) = (0.0979, 0.0097, 0.0351)$. Sebelum melakukan simulasi numerik, dilakukan simulasi kestabilan titik tetap dengan mensubstitusikan parameter pada Tabel

Menurut kriteria *Routh-Hurwitz* titik tetap bersifat stabil jika dan hanya jika $P > 0, R > 0$, dan $PQ - R > 0$. Hasil simulasi berdasarkan kriteria tersebut dapat dilihat pada Tabel 4.2.

P	4.4000
Q	6.3500
R	2.6760
$PQ - R$	25.2640

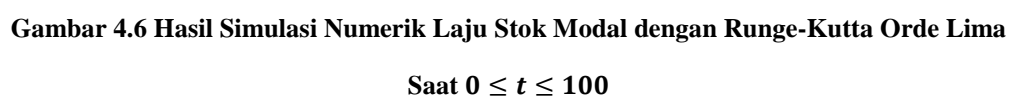
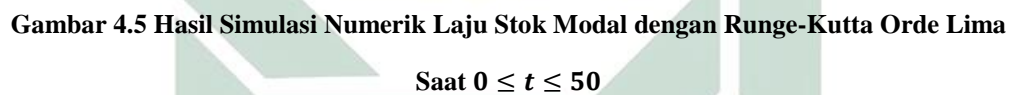
Berdasarkan Tabel 4.2 dapat dilihat bahwa nilai eigen dari persamaan karakteristik pada Persamaan 4.15 memenuhi kriteria *Routh-Hurwitz* yaitu $P = 4.4000 > 0$, $R = 2.6760 > 0$, dan $PQ - R = 25.2640 > 0$ sehingga titik tetap model bersifat stabil.

[illegible]



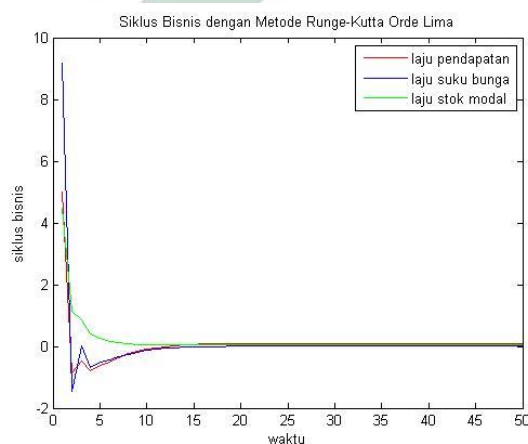
Gambar 4.4 Hasil Simulasi Numerik Laju Suku Bunga dengan Runge-Kutta Orde Lima

[illegible]



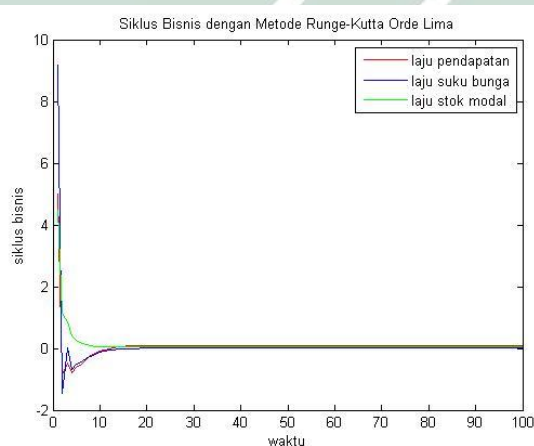
Pada Gambar 4.5 terlihat perilaku laju stok modal dalam siklus bisnis yang dipengaruhi oleh variabel pendapatan dan suku bunga. Laju stok modal terus-menerus mengalami penurunan sampai $t = 32$ di titik $R = 0.0351$, dengan titik tersebut merupakan titik kestabilan dari variabel laju suku bunga.

Dari penjabaran yang telah disampaikan di atas, dapat diperoleh grafik siklus bisnis IS-LM dengan metode Runge-Kutta orde lima sebagai berikut.



Gambar 4.7 Hasil Simulasi Numerik dengan Metode Runge-Kutta Orde Lima

Saat $0 \leq t \leq 50$

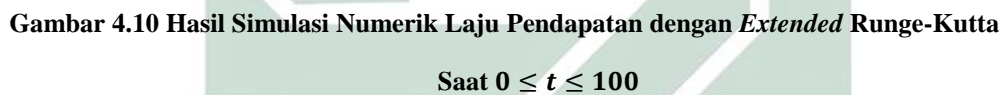
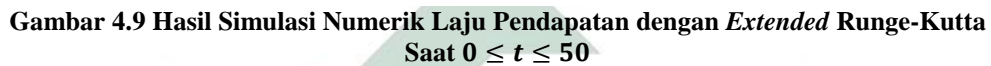


Gambar 4.8 Hasil Simulasi Numerik dengan Metode Runge-Kutta Orde Lima

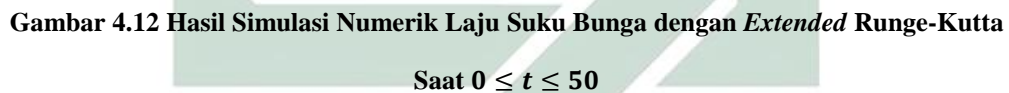
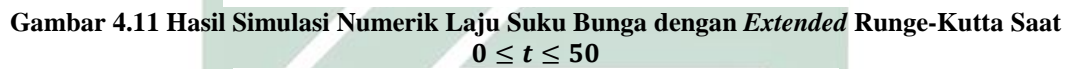
Saat $0 \leq t \leq 100$

C. Simulasi Numerik dengan Metode *Extended* Runge-Kutta

[illegible]



Gambar 4.9 menunjukkan perilaku laju pendapatan terhadap waktu yang pada mulanya mengalami penurunan (resesi) dan berada di titik terendah (bottom) saat $t = 2$ yaitu $Y = -2.4495$. Saat t -nya diperpanjang hingga 100, maka pada Gambar 4.10 akan terlihat jelas pergerakan laju pendapatan yang mengalami pertumbuhan (ekspansi) setelah berada di titik terendah dan terus berjalan menuju suatu titik $t = 25$ yang merupakan titik kestabilan dan lebih cepat stabil daripada menggunakan Runge-Kutta orde lima.



Pada Gambar 4.11 awalnya terjadi resesi atau penurunan dalam interval $R = [9.1800, -1.8842]$ dan berada di titik terendah saat $t = 3$ yaitu $R = -1.8842$. Selanjutnya terlihat adanya kenaikan (ekspansi) laju suku bunga pada $t = 4$ di $R = 6 - 0.7468$. Selanjutnya Saat t -nya diperpanjang hingga 100, maka pada Gambar 4.12 akan terlihat lebih jelas pergerakan laju suku yang akan bergerak menuju $t = 25$ dan stabil di titik tersebut.

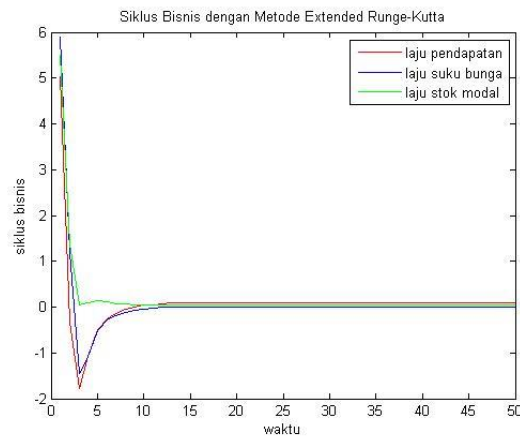


The graph illustrates the modal stock rate over time. The y-axis, labeled 'siklus bisnis', ranges from 0 to 6. The x-axis, labeled 'waktu', ranges from 0 to 100. The green line, representing 'laju stok modal', starts at approximately 5.5 at time 0, drops sharply to near 0 by time 10, and remains stable at 0 for the rest of the period.

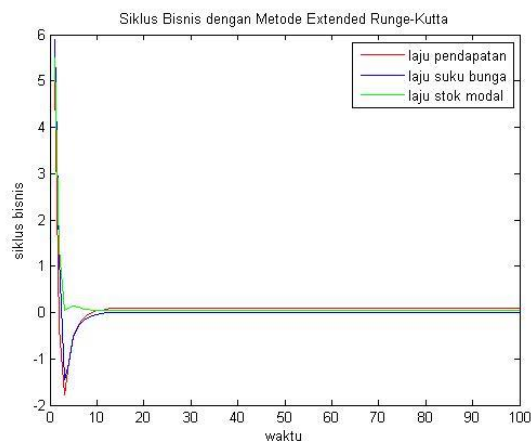
Saat $0 \leq t \leq 100$

Pada Gambar 4.12 menunjukkan adanya perilaku laju stok modal yang hampir sama dengan laju suku bunga yaitu mengalami penurunan (resesi) pada interval $K = [4.4700, -0.1750]$. Selanjutnya terlihat jelas pada Gambar 4.13 laju suku bunga berjalan menuju titik stabil saat $t = 24$ yaitu $K = 0.0351$.

Dari penjabaran yang telah disampaikan di atas, dapat diperoleh grafik siklus bisnis IS-LM dengan metode *Extended* Runge-Kutta sebagai berikut.



Gambar 4.14 Simulasi Numerik dengan Metode *Extended Runge-Kutta* Saat $0 \leq t \leq 50$



Gambar 4.15 Simulasi Numerik dengan Metode *Extended Runge-Kutta*

Saat $0 \leq t \leq 100$

Berdasarkan Gambar 4.7 dapat disimpulkan bahwa awalnya masing-masing variabel tersebut mengalami penurunan (*resesi*). Setiap variabel memiliki titik terendah (*bottom*) dan titik puncak (*peak*) masing-masing, sehingga terbentuk adanya siklus bisnis yang dipengaruhi oleh variabel laju pendapatan dengan garis warna merah, laju suku bunga dengan garis warna biru, dan laju stok modal dengan garis warna hijau. Siklus bisnis akan

pendapatan akan stabil saat $t = 25$, laju suku bunga akan stabil saat $t = 25$, dan laju stok modal akan stabil saat $t = 24$.

Berdasarkan metode Runge-Kutta orde lima model siklus bisnis akan mengalami kestabilan pada 36 tahun mendatang yaitu tahun 2052 dan dengan metode *Extended* Runge-Kutta mengalami kestabilan 25 tahun mendatang yaitu tahun 2041. Keduanya akan stabil di titik $E = (Y^*, R^*, K^*) = (0.0979, 0.0097, 0.0351)$.

Oleh karena itu, metode *Extended* Runge-Kutta memiliki waktu kestabilan yang lebih cepat daripada metode Runge-Kutta. Hal tersebut disebabkan oleh fungsi utama pada *Extended* Runge-Kutta ditambahkan dengan fungsi derivatif. Sehingga hasil yang diperoleh oleh metode *Extended* Runge-Kutta lebih cepat stabil daripada metode Runge-Kutta orde lima.

PENUTUP

Berdasarkan rumusan masalah dan hasil pembahasan, dapat diperoleh simpulan sebagai berikut:

- $$\lambda^3 + P\lambda^2 + Q\lambda + R = 0$$

$$P = \beta\beta_3 - \alpha\eta + \delta_1 + \delta_2 + \alpha l_1$$

$$\begin{aligned}
 R = & -\alpha\eta\beta\beta_3\delta_1 - \alpha\eta\beta\beta_3\delta_2 + \alpha l_1\beta\beta_3\delta_2 + \alpha l_1\beta\beta_3\delta_1 - \alpha\beta\beta_1l_2\delta_1 \\
 & + \alpha\beta\beta_1l_2\delta_1 + \alpha\beta\beta_1l_2\delta_2 + \alpha\beta\beta_2l_2\delta_1 + \alpha\beta\beta_2l_2\delta_2 \\
 & + \alpha\eta\beta\beta_3\delta_1
 \end{aligned}$$

[illegible]

- Kementrian Agama Republik Indonesia. (2018, Juny 20). Website Al-Qur'an Kementrian Agama Republik Indonesia. Jakarta, Jakarta, Jakarta: Kementrian Agama.
- Jogiyanto, H. (2006). *Metodologi penelitian bisnis*. Yogyakarta: BPFE UGM.
- Kaddar, A., & Alaoui, H. T. (2008). Fluctuation in a mixed IS-LM business cycle model. *Electronic Journal of Differential Equations*, 1-9.
- Kaldor, N. (1940). A model of the trade cycle. *JSTOR*, 78-92.
- Kalecki, M. (1935). A macrodynamic theory of business cycles. *JSTOR*, 327-344.
- Lestari, E. P. (2011). Intensitas perdagangan dan keselarasan siklus bisnis di ASEAN-4 dan UNI-EROPA. *Jurnal Ekonomi Pembangunan*, 163-186.
- Luenberger, D. (1979). *Introduction to dynamic systems*. New York: Wiley.
- Mankiw, G., Quah, E., & Wilson, P. (2012). *Pengantar ekonomi makro*. (S. Chriswan, Terjemahan). Jakarta: Salemba Empat.
- Mardiana, A. (2014). Uang dalam ekonomi islam. *Al-Buhuts*, 10, 91.
- Muhammad, S. T. (2015). Pengkajian metode extended runge kutta dan penerapannya pada persamaan diferensial biasa. *Jurnal Sains dan Seni ITS*, Vol. 4, No.2, (2015) 2337-3520.
- Pasaribu, R. B. (2009). Fluktuasi ekonomi dan siklus ekonomi. *Universitas Gunadarma*, 1-61.
- Reksoprayitno, S. (2012). *Pengantar ekonomi makro*. Yogyakarta: BPFE-Yogyakarta.
- Rosmely, Nugrahani, E. H., & Sianturi, P. (2016). *Analisis bifurkasi pada model siklus bisnis IS-LM (Investment Saving-Liquidity Money)*. Bandung: IPB Bandung.

